

Lección 3. COMBINATORIA Y PROBABILIDAD.

1. COMBINATORIA.

La combinatoria trata del problema planteado a la hora de **agrupar** un conjunto de elementos. Son posibles tres tipos de agrupamientos: variaciones, permutaciones y combinaciones.

VARIACIONES ORDINARIAS.

Se define **variación de m elementos tomados de n en n** a los grupos de n elementos que se pueden formar con los m elementos dados, de forma que dos grupos difieren en los elementos que los componen o en su orden de colocación. Se representa por $V_{m,n}$; el primer subíndice indica el número de elementos con los que trabajamos, el segundo subíndice indica la forma de tomarlos. Cálculo:

$$V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot (m-n+1) \quad m \geq n$$

Ej1. Variaciones de 5 elementos tomados de 3 en 3: $V_{5,3}=5 \cdot 4 \cdot 3$

Ej2. Variaciones de 7 elementos tomados de 5 en 5: $V_{7,4}=7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Ej3. ¿Cuántos números de dos cifras podemos formar con los dígitos 1, 2 y 5; con la condición de que sean números con dígitos diferentes? $V_{3,2}=3 \cdot 2=6$

Serían: 12, 15, 21, 25, 51 y 52

VARIACIONES CON REPETICIÓN

Se define **variación con repetición de m elementos tomados de n en n** a los distintos grupos de n elementos que se pueden formar con los m elementos dados, de forma que dos grupos difieren en que tienen algún elemento diferente, o en su orden de colocación. Se representa por $VR_{m,n}$; el primer subíndice indica el número de elementos con los que trabajamos, el segundo subíndice indica la forma de tomarlos. Cálculo:

$$VR_{m,n} = m^n$$

Ej1. Variaciones con repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3: $VR_{5,3}=5^3$

Ej2. Variaciones con repetición de 7 elementos tomados de 5 en 5: $VR_{7,5}=7^5$

Ej3. ¿Cuántos números de dos cifras podemos formar con los dígitos 1, 2 y 5? $VR_{3,2}=3^2=9$

Serían: 12, 15, 21, 25, 51, 52, 11, 22 y 55

PERMUTACIONES

Las **permutaciones de m elementos** son las variaciones de m elementos tomadas de m en m. Son un caso particular de las variaciones. Se representa por P_m . El subíndice indica el número de elementos con los que se trabaja. Se lee permutaciones de m elementos.

$$P_m = V_{m,m} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Ej1. ¿Cuántos números de tres cifras podemos formar con los dígitos 1, 2 y 5; con la condición de que sean números con dígitos diferentes? $P_3=3 \cdot 2 \cdot 1=6$

Serían: 125, 152, 215, 251, 512 y 521

COMBINACIONES.

Se define **combinaciones de m elementos tomados de n en n** a los grupos de n elementos que se pueden formar con los m elementos dados, de forma que dos grupos difieren en los elementos que los componen. Se representa por $C_{m,n}$; el primer subíndice indica el número de elementos con los que trabajamos, el segundo subíndice indica la forma de tomarlos. Cálculo:

$$C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{P_n}, \quad m \geq n$$

Ej1. ¿Cuántas combinaciones de dos elementos diferentes podemos formar con los dígitos 1, 2 y 5?

$$C_{3,2} = V_{3,2}/P_2 = 6/2 = 3$$

Serían: 12, 15 y 25

ESQUEMA:

En las combinaciones **no influye el orden**.

En las variaciones con repetición **influye el orden** y los elementos **se pueden repetir**.

En las permutaciones **entran todos los elementos**

En las variaciones **influye el orden**.

¿Influye el orden? NO → COMBINACIÓN.

SI ↓

¿Se trabaja con todos los elementos? SI → PERMUTACIÓN

NO ↓

¿Se repiten los elementos? SI → VARIACIÓN CON REPETICIÓN

NO → VARIACIÓN

2. PROBABILIDAD.

Experimento determinista: cuando al repetir el experimento sabemos de antemano el resultado.

Experimento aleatorio: cuando no se sabe a priori el resultado que se va a obtener, realizándolo en las mismas condiciones.

Espacio muestral: conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, se representa por E.

PROBABILIDAD DE UN SUCESO. LEY DE LAPLACE.

La **probabilidad de un suceso A**, $p(A)$; es el cociente entre el número de casos favorables de que ocurra el suceso y el número de casos posibles (espacio muestral).

$$p(A) = \frac{n^\circ \text{ de casos favorables}}{n^\circ \text{ de casos posibles}}$$

La $p(A)$ es un valor comprendido entre 0 y 1: $0 \leq p(A) \leq 1$

La probabilidad de un suceso vale 0 cuando es imposible que ocurra (**suceso imposible**).

La probabilidad vale 1 cuando siempre se obtiene el resultado (**suceso seguro**).

PROBABILIDAD DEL SUCESO CONTRARIO.

Se llama **suceso contrario al A**, a un suceso que no se realiza cuando sucede A. Su símbolo es \bar{A} .

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

PROBABILIDAD DE DOS SUCESOS.

La preposición “o” equivale a unión de sucesos. Si los sucesos son incompatibles (no se presentan a la vez) la probabilidad de dos o más sucesos es la suma de probabilidades individuales.